

**Allegato 5**

**Matematica**

**CONOSCENZE e  
CONTENUTI TRATTATI  
(anche attraverso UDA o  
moduli)**

**Introduzione all'analisi matematica**

L'insieme  $\mathbb{R}$ : richiami e complementi.

Funzioni reali di variabile reale: dominio e studio del segno.

Funzioni reali di variabile reale: prime proprietà.

**Limiti di funzioni reali di variabile reale**

Introduzione del concetto di limite.

Dalla definizione generale alle definizioni particolari (formalizzazioni di limite).

Teoremi di esistenza e unicità dei limiti: teorema del confronto, teorema di esistenza del limite per funzioni monotone, teorema di unicità del limite, teorema della permanenza del segno.

Funzioni continue e l'algebra dei limiti.

Limiti delle funzioni elementari, limiti di funzioni composte e cambio di variabile.

Forme di indecisione di funzioni algebriche.

Forme di indecisione di funzioni trascendenti.

Limiti notevoli di funzioni goniometriche, limiti notevoli di funzioni esponenziali e logaritmiche.

Infinitesimi e infiniti.

Gerarchia di infiniti e di infinitesimi.

**Continuità**

Funzioni continue: definizione di funzione continua in un punto, definizione di continuità in un punto in cui una funzione sia definita solo da destra o da sinistra, continuità e funzione inversa (relazioni).

Punti singolari e classificazione degli stessi: definizione di punto singolare, singolarità di prima, seconda e terza specie.

Proprietà delle funzioni continue: teorema di esistenza degli zeri, teorema di Weierstrass, teorema dei valori intermedi (con applicazioni).

Asintoti e grafico probabile di una funzione: asintoti orizzontali, obliqui e verticali (ricerca degli asintoti).

**La derivata**

Il concetto di derivata: introduzione, definizione di derivata di una funzione in un punto, derivata destra e derivata sinistra, funzione derivata e derivate successive.

Derivate delle funzioni elementari: la derivata di funzioni costanti e di funzioni potenza, derivata delle funzioni esponenziali e logaritmiche, derivate delle funzioni seno e coseno.

Algebra delle derivate: linearità della derivata, derivata del prodotto di due funzioni, derivata della funzione reciproca, derivata del quoziente di due funzioni.

Derivata della funzione composta e derivata della funzione inversa.

Classificazione e studio dei punti di non derivabilità.

Applicazioni geometriche del concetto di derivata: retta tangente e retta normale ad una curva.

Applicazioni del concetto di derivata alle scienze: le derivate e lo studio del moto.

### **Teoremi sulle funzioni derivabili**

Punti di massimo e minimo relativi o assoluti

Definizione di punto stazionario.

I teoremi di Fermat, di Rolle e di Lagrange (corollari al teorema di Lagrange).

Funzioni crescenti e decrescenti e criteri per l'analisi dei punti stazionari: criterio di monotonia per le funzioni derivabili, criterio per l'analisi dei punti stazionari mediante lo studio della derivata prima, test dei punti stazionari mediante l'utilizzo della derivata seconda.

Problemi di ottimizzazione.

Funzioni concave, convesse e punti di flesso: definizione di funzione concava e funzione convessa, criterio di concavità e convessità per le funzioni derivabili, definizione di flesso e condizione necessaria per l'esistenza di un punto di flesso.

Teorema di Cauchy.

Teorema di de l'Hopital, con applicazioni.

### **Lo studio di funzione**

Schema generale per lo studio del grafico di una funzione

Studio di funzioni algebriche e trascendenti.

### **L'integrale indefinito**

Primitive e integrale indefinito: definizione di primitiva, caratterizzazione delle primitive su un intervallo, definizione di integrale indefinito.

Integrali immediati: primitive funzioni elementari, proprietà di linearità dell'integrale indefinito.

Integrazione per scomposizione.

Integrazione di funzioni composte.

Integrazione per sostituzione.

Integrazione per parti.

Integrazione di funzioni razionali fratte.

### **L'integrale definito**

Dalle aree al concetto di integrale definito: area come limite di una somma, definizione di somma di Riemann, definizione di integrale definito, interpretazione geometrica dell'integrale definito.

	<p>Proprietà dell'integrale definito: linearità, additività rispetto all'intervallo di integrazione, monotonia rispetto alla funzione integranda.</p> <p>Calcolo dell'integrale definito: primo teorema fondamentale del calcolo integrale.</p> <p>Calcolo di un integrale definito mediante cambiamento di variabile.</p> <p>Applicazioni geometriche degli integrali definiti: il calcolo delle aree, area della regione delimitata dal grafico di due funzioni, calcolo dei volumi.</p> <p>Altre applicazioni del concetto di integrale definito: spazio e velocità, lavoro di una forza, valor medio di una funzione.</p> <p>Funzioni integrabili e integrali impropri: integrabilità di una funzione, integrali di funzioni illimitate, integrali su intervalli illimitati, criteri di integrabilità.</p> <p>Definizione di funzione integrale.</p> <p>Secondo teorema fondamentale del calcolo integrale.</p>
<p><b>ABILITÀ:</b></p>	<p><b><u>Introduzione all'analisi matematica</u></b></p> <p>Riconoscere tipologie di funzioni.</p> <p>Determinare dominio e immagine di funzioni di variabile reale.</p> <p>Determinare caratteristiche di funzioni reali di variabile reale.</p> <p>Saper operare con intorni.</p> <p>Riconoscere punti di accumulazione, punti isolati, massimi, minimi, estremi inferiori/superiori di insiemi.</p> <p><b><u>Limiti di funzioni reali di variabile reale</u></b></p> <p>Saper calcolare limiti di funzioni algebriche e trascendenti. Ricerca asintoti di funzioni reali di variabile reale. Utilizzare tali informazioni per costruire un grafico probabile di funzioni reali di variabile reale.</p> <p><b><u>Continuità</u></b></p> <p>Studiare la continuità di una funzione e classificarne gli eventuali punti singolari.</p> <p><b><u>La derivata</u></b></p> <p>Calcolare derivate di funzioni reali di variabile reale operando con l'algebra delle derivate.</p> <p>Utilizzare il significato geometrico di derivata per calcolare l'equazione della retta tangente alla funzione in un punto.</p> <p><b><u>Teoremi sulle funzioni derivabili</u></b></p>

	<p>Utilizzare il concetto di derivata per lo studio e la classificazione dei punti di non derivabilità.  Studio della monotonia di una funzione.  Ricerca di massimi, minimi e flessi a tangente orizzontale.  Studio della concavità di una funzione e ricerca dei flessi.  Risoluzione dei problemi di ottimizzazione.</p> <p><b><u>Lo studio di funzione</u></b></p> <p>Studiare una funzione e rappresentarne il grafico nel piano cartesiano.</p> <p><b><u>L'integrale indefinito</u></b></p> <p>Saper calcolare integrali indefiniti.  Ricerca primitive di funzioni.  Applicare il concetto di integrale indefinito anche ad altri ambiti scientifici.</p> <p><b><u>L'integrale definito</u></b></p> <p>Calcolare aree sottese al grafico di funzioni, calcolare aree racchiuse tra due funzioni.  Calcolare volumi di solidi di rotazione.  Applicare il concetto di integrale definito e di integrale improprio anche ad altri ambiti scientifici.</p>
<b>TESTI e MATERIALI / STRUMENTI ADOTTATI:</b>	Bergamini, Barozzi; MATEMATICA.BLU 2.0 2ED. - VOLUME 5 (LDM) ; Zanichelli Editore
prof. <i>Francesco Zullino</i>	